

# “경찰과 도둑 (police)” 문제 풀이

작성자: 이종영

## 부분문제 1

KOI 마을이 트리 구조를 이루기 때문에 경찰의 최적의 전략은 도둑을 향해 계속 움직이는 것임을 알 수 있다. 또한 도둑의 경로는 단순 경로를 이룬다. 따라서 DFS 등의 과정을 통해 도둑의 경로가 실제로 가능한 경로인지를 확인하면 된다.

## 부분문제 5

경찰과 도둑의 위치 간의 경로를 생각해보자.  $V1 \leq V2$ 이므로 도둑은 경로에서 최대한 경찰 쪽으로 이동한 후 경찰의 위치 방향이 아닌 가장 멀리 떨어진 정점까지 이동하는 것이 최적의 전략이다.

도둑이 방향을 바꾸는 정점을 구하는 것은 binary lifting을 통해 구할 수 있다. 경찰과 도둑의 LCA를 기준으로 해당 정점이 어느 방향에 있는지를 먼저 구한 후, 해당 방향의 조상-자손 경로에서 sparse table을 활용한 binary lifting을 사용하면 된다.

이 과정에서 각 정점에서 "경찰의 위치 방향이 아닌 가장 멀리 떨어진 정점"을 빠르게 구해야 한다. 이는 흔히 rerooting dp라고 부르는 방식을 사용하면  $O(N)$ 의 전처리 후  $O(1)$ 에 구할 수 있다.

시간복잡도는  $O(N \log N + Q \log N)$ 이다.

## 부분문제 9

$V1 \leq V2$ 인 경우 부분문제 5의 풀이를 적용한다. 이제  $V1 > V2$ 를 가정한다.

경찰과 도둑의 위치 간의 경로를 생각해보자.  $V1 > V2$ 이므로 도둑은 경로를 따라 이동하다가 잡히는 경우가 가능하다. 도둑의 최적의 전략은  $u$ 까지 이동한다면 경찰에 끝까지 잡히지 않을 수 있으며  $u$ 에서 한번 더 이동해  $v$ 까지 이동한다면 도중에 경찰에게 잡히는 경로 상의 정점들  $u$ 와  $v$ 에 대해,  $u$ 까지 이동한 후 경찰의 위치 방향이 아닌 가장 멀리 떨어진 정점까지 이동하는 방법 또는  $v$ 까지 이동한 후 경찰의 위치 방향이 아닌 가장 멀리 떨어진 정점까지 이동하다가 잡히는 방법 중 하나이다.

$u$ 와  $v$ 를 구하는 것은 부분문제 5와 유사한 binary lifting을 통해 구할 수 있다.

시간복잡도는  $O(N \log N + Q \log N)$ 이다. Jump table 등의 테크닉을 통해  $O(N + Q \log N)$ 에도 해결하는 것이 가능하다.